Name	Klasse	Datum		Seite 1
				Blatt

Aufgaben zu Vektor-Produkten

AP 94/BI

3.1 $V = \frac{1}{6}\left|(\vec{AB}\times\vec{AC})\cdot\vec{AD_0}\right| = \frac{1}{6}\left|\left(\begin{pmatrix}2\\1\\-4\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}-3\\2\\-2\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}-1\\-1\\-1\end{pmatrix}\right| = \frac{1}{6}\left|\begin{pmatrix}+6\\16\\7\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\-1\\-1\end{pmatrix}\right| = \frac{29}{6}$

3.2 $\vec{AD_0}\circ\vec{CD_0} = \begin{pmatrix}-1\\-1\\-1\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix} = -2+3-1 = 0 \Rightarrow \vec{AD_0}\perp\vec{CD_0}$

3.3 Wegen rechtem Winkel bei D_0: $F = \frac{1}{2}|\vec{AD_0}|\cdot|\vec{CD_0}| = \frac{1}{2}\sqrt{3}\cdot\sqrt{14} = \frac{1}{2}\sqrt{42}$

2. Version

3.1 $\left|(\vec{AB}\times\vec{AC})\circ\vec{AD_a}\right| = \left|\begin{pmatrix}6\\16\\7\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}a-1\\a-1\\a-1\end{pmatrix}\right| = |6(a-1)+16(a-1)+7(a-1)| = 29|a-1|$

Für $|a-1|=0$ ist das Spatprodukt $=0$ und D_a liegt in der Ebene ABC: $|a-1|=0 \Leftrightarrow a_1 = 1$

3.2 $\vec{AD_a}\circ\vec{CD_a} \overset{!}{=} 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix}a-1\\a-1\\a-1\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}a+2\\a-3\\a+1\end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow (a-1)(a+2)+(a-1)(a-3)+(a-1)(a+1)$

$\Leftrightarrow (a-1)(a+2+a-3+a+1) = 0$

$\Leftrightarrow (a-1)(3a) = 0$

Für $a_1 = 1$ und $a_2 = 0$ (s.o.) sind die Vektoren senkrecht

3.3 besser ohne Pkt D_a

$F(a) = \frac{1}{2}\left|\vec{AC}\times\vec{AD_a}\right| = \frac{1}{2}\left|\begin{pmatrix}-3\\2\\-2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}a-1\\a-1\\a-1\end{pmatrix}\right| = \frac{1}{2}\left|\begin{pmatrix}4(a-1)\\1(a-1)\\-5(a-1)\end{pmatrix}\right| =$

$\sqrt{(a-1)^2} = |\ldots|$

$= \frac{1}{2}\left((4(a-1))^2+(a-1)^2+(5(a-1))^2\right)^{1/2} = \frac{1}{2}\sqrt{42}\cdot|a-1|$

AP 94/BII

3.1 $A\in P_t$? : $\begin{pmatrix}-2\\0\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}t\\0\\-2t\end{pmatrix}$ $\left.\begin{matrix}\Rightarrow t=-2\\ (w)\\ \Rightarrow t=-2\end{matrix}\right\}$ alle t gleich $\Rightarrow A\in P_t$

3.2 $J(t) = \frac{1}{2}\left|\vec{BP_t}\times\vec{BC}\right| = \frac{1}{2}\left|\begin{pmatrix}t\\-1\\-2t-2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}\right| = \frac{1}{2}\left|\begin{pmatrix}2+2t+2\\-4t-4+2t\\t+2\end{pmatrix}\right| =$

$= \frac{1}{2}|t+2|\left|\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}\right| = \frac{3}{2}|t+2|$; $t\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ Für $t=-2$ liegt P_t auf Gerade BC!

3.3 $J(t) \overset{!}{=} \frac{9}{2} \Rightarrow |t+2| = 3 \Leftrightarrow t+2 = \pm 3 \Rightarrow t_1 = 1 \vee t_2 = -5$

Name | Klasse | Datum | Seite 2 | Blatt

Aufgaben zu Vektorprodukte

AP 95/BI

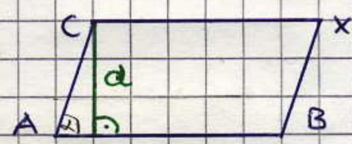
2.1 $h: \vec{x} = \begin{pmatrix}3\\5\\0\end{pmatrix} + k\begin{pmatrix}0\\-2\\1\end{pmatrix}$

2.2 $V = \frac{1}{6}\left|(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \circ \overrightarrow{AS_k}\right| = \frac{1}{6}\left|\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0\\6\\-3\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}1\\7-2k\\k-1\end{pmatrix}\right| = \frac{1}{6}\left|\begin{pmatrix}6\\3\\6\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}1\\7-2k\\k-1\end{pmatrix}\right|$

$= \frac{1}{6}\left|6 + 21 - 6k + 6k - 6\right| = \underline{\frac{7}{2}}$

Das Volumen ist unabhängig von k. Weil $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot \text{Höhe}$ müssen die Punkte S_k immer den gleichen Abstand von der Grundfläche ABC haben; ABC liegen in Ebene E; ⇒ Gerade h verläuft parallel zur Ebene E

AP 96/BII



1.1 $\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix}-1\\-1\\7\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-1\\0\\7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\-1\\0\end{pmatrix} \Rightarrow \underline{X(-2|-1|0)}$

$I = |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \left|\begin{pmatrix}-3\\0\\4\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}-1\\0\\-7\end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix}0\\-25\\0\end{pmatrix}\right| = \underline{25}$

1.2 $I = |\overrightarrow{AB}| \cdot d \Leftrightarrow d = \frac{I}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{25}{5} = \underline{5}$

Alternative Mgl. wäre $d = |\overrightarrow{AC}| \cdot \sin(\alpha)$
Aber "mit Hilfe v. I" ↯

1.3 $\overrightarrow{OM} = \vec{m} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\vec{c} - \vec{b}) = \begin{pmatrix}0\\-1\\1{,}5\end{pmatrix} \Rightarrow \underline{M(0; -1; 1{,}5)}$

AP 97/BII

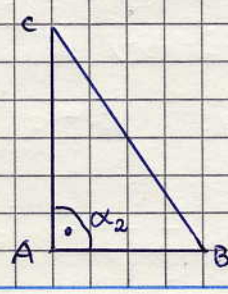
2.1 $|\overrightarrow{A_kB}||\overrightarrow{A_kC}| \cdot \cos\alpha_k = \overrightarrow{A_kB} \circ \overrightarrow{A_kC} = \begin{pmatrix}-2\\0\\2-k\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}0\\-3\\2-k\end{pmatrix} = (2-k)^2$

$\Leftrightarrow \cos\alpha_k = \frac{(2-k)^2}{\sqrt{4+(2-k)^2}\sqrt{9+(2-k)^2}} \underline{\geq 0 \Rightarrow \alpha \leq 90°}$

α_k wird maximal für $\cos(\alpha_k) = 0 \Rightarrow \underline{k = 2}$ und $\alpha_2 = 90°$

2.2 $|\overrightarrow{A_2B}| = \left|\begin{pmatrix}-2\\0\\0\end{pmatrix}\right| = 2$

$|\overrightarrow{A_2C}| = \left|\begin{pmatrix}0\\-3\\0\end{pmatrix}\right| = 3$



$F = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = \underline{3\,[FE]}$